

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias y sus aplicaciones

Profesor XY

21 de enero de 2026

Este trabajo presenta un resumen introductorio sobre las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO), abordando los conceptos fundamentales que las caracterizan, así como algunos métodos básicos de resolución mediante ejemplos sencillos que facilitan la comprensión y aplicación práctica por parte del lector.

Palabras clave: ecuación diferencial, derivada, EDO.

1. Introducción

En las ciencias es común encontrar ecuaciones para modelar procesos físico y químicos, pero también en otras áreas como en ciencias económicas. Muchas de estas ecuaciones son utilizadas para modelar *razones de cambio* de diferentes variables como la posición y velocidad respecto al tiempo (velocidad y aceleración respectivamente), estas son conocidas como ecuaciones diferenciales

$$\frac{dx}{dt} = v \quad (1)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = a \quad (2)$$

estas ecuaciones son las definiciones utilizadas en física para calcular la velocidad y la aceleración, que son la derivada de la posición respecto al tiempo para la velocidad, y la segunda derivada para la aceleración. La primer EDO es de orden 1, y la segunda ecuación es de orden 2.

Definición 1.1 Una *ecuación diferencial ordinaria* es una ecuación que tiene una variable independiente y , una variable dependiente x y al menos una derivada de la variable dependiente respecto a la variable independiente $\frac{dy}{dx}$ en cualquiera de su orden.

En una EDO, el orden de la ecuación indica el orden más alto de la derivada de la variable independiente, por ejemplo:

Por otro lado, se define la linealidad de una EDO si la variable dependiente de la derivada en la ecuación no es un producto con ninguna de las derivadas dentro de la ecuación, es decir:

$$\frac{dy}{dx}c_1(x) + \frac{d^2y}{dx^2}c_2(x) + \dots + \quad (3)$$

$$\frac{d^{(n)}y}{dx^n}c_n(x) + c_0(x)y = k(x) \quad (4)$$

donde c y k son funciones que dependen únicamente de la variable independiente.

Definición 1.2 *La solución de una ecuación diferencial ordinaria de orden n es una familia de curvas $y(x)$ definida en un intervalo I diferenciable al menos n veces continuas en el intervalo I , que al sustituir dichas diferenciales en la ecuación diferencial, se cumple la igualdad.*

En el siguiente ejemplo se muestra una solución para una EDO.

Ejemplo de solución de la EDO $\frac{dy}{dx} = xy$, por lo tanto se debe obtener la función que satisfaga nuestra ecuación:

Se tiene la ecuación:

$$\frac{dy}{dx} = xy$$

para solucionar esta EDO se debe despejar y obtener variables separadas

$$\frac{dy}{y} = x dx$$

ahora se procede a integrar ambos lados de la igualdad

$$\ln(y) = \frac{x^2}{2} + c$$

despejamos la variable dependiente y para obtener la solución final

$$y = e^{kx^2}$$

2. Caso de estudio: Ecuación de Interés Compuesto

La ecuación diferencial de interés compuesto es una ecuación utilizada por las

ciencias económicas que establece que la velocidad con la que crece el capital es proporcional al capital que se tiene inicialmente. Está definida de la siguiente forma:

$$\frac{dS}{dt} = rS$$

en donde $S(t)$ es una función del tiempo y representa el capital, t es la variable del tiempo y r es los intereses.

Esta EDO es de primer orden, es decir solo está presente la primera derivada de la variable dependiente, es lineal (no hay productos entre la variable dependiente y alguna de sus derivadas) y de manera similar a la ecuación del ejemplo de la sección anterior puede ser solucionada por el método de variables separables. A continuación se presenta el procedimiento de solución de esta EDO:

$$\frac{dS}{dt} = rS$$

se separan las variables:

$$\frac{dS}{S} = r dt$$

se integra ambos lados de la igualdad:

$$\ln(S) = rt + c$$

ahora se procede a despejar la variable S :

$$S = ke^{rt}$$

Esta es la solución de la EDO, donde k es el capital inicial. De la que se puede deducir que el capital crece de manera continua y de forma exponencial.

Ahora se va a abordar un ejemplo con valores numéricos para entender mejor el uso de esta EDO y su solución.

Suponga que se tiene una deuda inicial de \$10000 y una tasa de interés de 20 %, ¿de cuánto será esta deuda después de 5 años?. Sustituyendo estos valores en la solución obtenemos:

$$S(t) = 10000e^{0,2t}$$

cada año se generan intereses de 20 % sobre los \$10000 con crecimiento exponencial. Ahora se sustituye el valor de años:

$$S(t = 5) = 10000e^{(0,2)(5)} \approx 27182,82$$

ahora simplemente lo dividimos por el número de años:

$$27182,82/5 \approx 5436,56$$

esto lo que nos dice es que en 5 años, se generan \$5436 de intereses.

3. Conclusiones

En este documento se ha revisado una definición de las EDO's y varios conceptos que se relaciona con estas. Se propuso analizar la ecuación de Interés Compuesto, de la que se aprendió a calcular la solución general y se brindó una descripción de su significado.