

# Introducción al algebra lineal I

Profesor XY

11 de febrero de 2026

En este capítulo de algebra lineal se estudiarán los distintos métodos de resolución de ecuaciones; el método de Gauss y de Gauss-Jordan.

**Palabras clave:** algebra lineal, Gauss, Gauss-Jordan.

## 1. Introducción

Un sistema de ecuaciones con dos incógnitas es un sistema de ecuaciones que puede ser resuelto por los métodos tradicionales (sustitución, reducción etc). En este capítulo se va a emplear el método de Gauss y Gauss-Jordan para la resolución de un sistema y obtener el valor de las variables. Primero se presentará el método seguido de un ejemplo completamente resuelto.

Sea un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas  $x$  e  $y$ , como el que se muestra a continuación:

$$2x + y = 3 \quad (1)$$

$$5x + 2y = 1 \quad (2)$$

Para fines de este trabajo, se va a utilizar coordenadas generalizadas, es decir, se va a sustituir  $x$  por  $x_1$  y  $y$  por  $x_2$  teniendo así:

$$2x_1 + x_2 = 3 \quad (3)$$

$$5x_1 + 2x_2 = 1 \quad (4)$$

obteniendo los siguientes valores para  $x_1 = -5$  y  $x_2 = 13$ . Al graficar las ecuaciones lineales en un eje coordenado, se puede obtener como resultado el gráfico de la Figura 1.

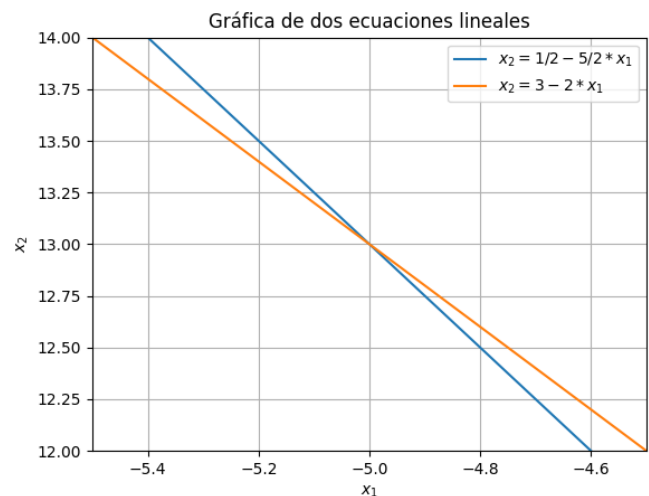


Figura 1: Gráfico de las ecuaciones.

en esta figura, se puede apreciar que ambas ecuaciones se cruzan en las coordenadas  $(-5, 13)$  coincidiendo con la solución que se ha planteado.

Cuando se tiene un sistema de ecuacio-

nes, se tienen tres diferentes posibilidades al momento de solucionar las ecuaciones:

- Existe una única solución del sistema, es decir la solución es única, como la que se muestra en el grafico.
- Existe un número infinito de soluciones, lo que graficamente se puede ver como una ecuación graficada sobre de la otra. Esto sucede cuando una ecuación es proporcional a la otra.
- No existe solución para el sistema de ecuaciones, graficamente puede observarse como dos funciones paralelas (por lo tanto nunca se intersectarán las gráficas).

Para solucionar el sistema de ecuaciones, se debe de conocer las operaciones admitidas, siendo las siguientes:

- Multiplicar ambos lados de la igualdad por un número real distinto de cero.
- Multiplicar ambos lados de la igualdad por un número real distinto de cero y sumar el resultado a otra ecuación.
- Intercambio de posición de ecuaciones.

siguiente ejemplo se presentará el procedimiento a seguir:

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 3 \quad (5)$$

$$5x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1 \quad (6)$$

$$x_2 + 4x_3 = 2 \quad (7)$$

el primer paso será cambiar de posición la ecuación (7) y la ecuación (6) para que debajo del primer pivote (el coeficiente que acompaña la variable  $x_1$  de la ecuación 5) sea 0:

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 3 \quad 5$$

$$x_2 + 4x_3 = 2 \quad 7$$

$$5x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1 \quad 6$$

ahora se divide la ecuación (5) entre 2 para obtener el primer pivote:

$$x_1 + 1/2x_2 - 1/2x_3 = 3/2 \quad 5$$

$$x_2 + 4x_3 = 2 \quad 7$$

$$5x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1 \quad 6$$

posteriormente se multiplica la ecuación (5) por  $-5$  y se suma a la ecuación (6) para que el coeficiente de  $x_1$  sea 0 :

$$x_1 + 1/2x_2 - 1/2x_3 = 3/2 \quad 5$$

$$x_2 + 4x_3 = 2 \quad 7$$

$$-1/2x_2 + 9/2x_3 = -13/2 \quad 6$$

## 2. Reducción Gaussiana

Para utilizar este método es necesario aplicar las operaciones descritas anteriormente. El propósito de éste consiste en convertir el sistema de ecuaciones en la forma escalonada, es decir mantener *pivotes* en la diagonal del sistema. Los pivotes se pueden definir como el coeficiente igual a 1, por debajo de los pivotes debe de haber ceros. En el

luego la ecuación (7) se multiplica por  $1/2$  y es sumada a la ecuación número (6) para que el coeficiente que acompaña la variable  $x_2$  se haga 0:

$$x_1 + 1/2x_2 - 1/2x_3 = 3/2 \quad 5$$

$$x_2 + 4x_3 = 2 \quad 7$$

$$13/2x_3 = -11/2 \quad 6$$

Hasta este paso, se ha obtenido ceros por debajo de los pivotes de la ecuación (5) y (7). Finalmente se multiplica por  $2/13$  la ecuación (6) para obtener el último pivote (en otras palabras que el coeficiente de  $x_3$  sea 1):

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 1/2x_2 - 1/2x_3 = 3/2 & 5 \\ x_2 + 4x_3 = 2 & 7 \\ x_3 = -11/13 & 6 \end{array}$$

Como se puede observar en el último sistema obtenido, se han calculado los pivotes en las variables  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  en las ecuaciones (5), (7) y (6) respectivamente.

Ahora es posible hacer sustitución hacia atrás, comenzando con el valor de  $x_3$  para obtener el valor de  $x_2$  a partir de la ecuación (7), y posteriormente sustituir ambos valores en la ecuación (5). Así se obtiene:

$$\begin{cases} x_1 = -21/13 \\ x_2 = 70/13 \\ x_3 = -11/13 \end{cases}$$

Con este ejemplo se ha mostrado el procedimiento a seguir para el método de Gauss.

### 3. Método Gauss-Jordan

Este método es similar al de Gauss, pero a diferencia de éste, se deben tener ceros por arriba y por debajo de los pivotes, en pocas palabras se debe conservar la primer variables en la primer ecuación, hasta la n-sima variable en la n-sima ecuación. Se presentará el mismo sistema de ecuaciones del ejemplo anterior, el procedimiento es igual, por lo que se parte desde el sistema:

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 1/2x_2 - 1/2x_3 = 3/2 & 5 \\ x_2 + 4x_3 = 2 & 7 \\ x_3 = -11/13 & 6 \end{array}$$

Para aplicar el método de Gauss-Jordan se debe eliminar la variable  $x_3$  de la ecuación (7) y las variables  $x_2$  y  $x_3$  de la ecuación (5). Por lo que se procede multiplicando la ecuación (6) por  $-4$  y lo sumamos a la ecuación (7):

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 1/2x_2 - 1/2x_3 = 3/2 & 5 \\ x_2 = 70/13 & 7 \\ x_3 = -11/13 & 6 \end{array}$$

ahora se multiplica la ecuación (6) por  $1/2$  y es sumado a la ecuación (5):

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 1/2x_2 = 14/13 & 5 \\ x_2 = 70/13 & 7 \\ x_3 = -11/13 & 6 \end{array}$$

finalmente se multiplica la ecuación (7) por  $-1/2$  y es sumado a la ecuación (5):

$$\begin{array}{rcl} x_1 = -21/13 & 5 \\ x_2 = 70/13 & 7 \\ x_3 = -11/13 & 6 \end{array}$$

De esta manera se han calculado los valores de las tres variables sin hacer sustitución hacia atrás como se hizo en el método de Gauss.

### 4. Conclusiones

Estos son métodos utilizados para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales,

aún cuando estos puedan o no tener una solución única. A partir de aquí es posible utilizar la notación matricial para la resolución de sistemas de ecuaciones, la cual será presentada en una siguiente entrega.